Энгельсский технологический институт (филиал) федерального
государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет
имени Гагарина Ю.А.»

Кафедра «Оборудование и технологии обработки материалов»

ПЛАНИРОВАНИЕ И ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ СИЛ РЕЗАНИЯ

Электронное издание локального распространения

Методические указания к практической работе
по дисциплине «Математическое моделирование технологических процессов»
для студентов направлений подготовки:

15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств»

очной и заочной форм обучения

Энгельс 2025 г

Планирование и обработка экспериментов

Планирование экспериментов может осуществляться различными способами. Если опытов проведено малое количество, то эксперименты целесообразно проводить по системе «квадрат».

Так, например, исследование силы P_Z от двух параметров

$$P_Z = f(t, S)$$

в диапазоне до пяти фиксированных значений t_1, t_2, t_3, t_4 и t_5, а также S_1, S_2, S_3, S_4 и S_5 проводится заполнением ячеек квадрата сочетания t и S (рис. 4.6).

S \ t	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
S_1	+	+	+	+	+
S_2	+	+	+	+	+
S_3	+	+	+	+	+
S_4	+	+	+	+	+
S_5	+	+	+	+	+

Рис. . План экспериментов «квадрат» из 25 опытов и по кресту из 9 опытов

Планирование «квадрат» дает наиболее полную информацию, но связан с большим числом опытов. Более экономный с точки зрения количества экспериментов, метод по «кресту», когда делается серия экспериментов по параметру t при фиксированном значении параметра S (на рис. 1 это S_3), а затем делается серия экспериментов S по фиксированному значению параметра t. В этом случае вместо 25 экспериментов по «кресту» приходится выполнить только 9 опытов (одно сочетание повторяется). При большом количестве варьируемых параметров используется метод многофакторного планирования.

Результаты экспериментов, полученные тем или другим методом планирования, должны быть обработаны в виде графиков или формул. При

исследовании сил было показано, что данные экспериментов по определению сил резания хорошо описываются степенным соотношением, например,

$$P_Z = C_Z t^{X_{P_Z}} S^{Y_{P_Z}} V^{Z_{P_Z}} \delta^{U_{P_Z}} .$$

В этом соотношении можно выделить частную зависимость $P_Z = f(t)$. Обозначив в этом случае

$$C_0 = C_Z S^{Y_{P_Z}} V^{Z_{P_Z}} \delta^{U_{P_Z}} ,$$

получим, что

$$P_Z = C_0 t^{X_{P_Z}} .$$

Логарифмирование этого соотношения приводит к линейной зависимости вида $y = kx + b$:

$$\lg P_Z = \lg C_0 + X_{P_z} \lg t ,$$

которая на графике $\lg P_Z = f(\lg t)$ должна быть представлена прямой (рис.2).

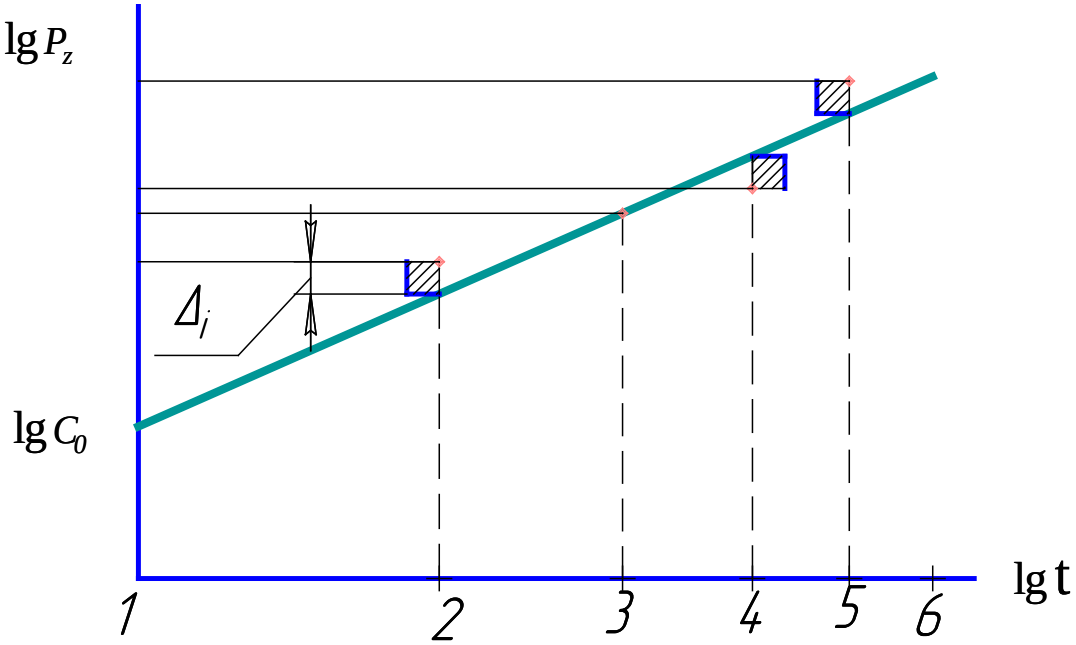

Рис. 2. График зависимости $\lg P_Z = f(\lg t)$

Как правило, экспериментальные точки не совпадают с прямой на величину Δ_i, что связано со случайными погрешностями измерения, которые определяются дисперсией

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2}{n} ,$$

где n – число варьируемых параметров.

Следовательно, дисперсия (рассеивание) будет иметь наименьшее значение, когда

$$\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2 = \min .$$

Эта формула определяет так называемый «метод наименьших квадратов». На графике (рис. 2), следовательно, прямая должна быть проведена таким образом, чтобы сумма площадей квадратов со сторонами Δ_i имела наименьшее значение.

Математическая обработка с использованием «метода наименьших квадратов» может быть проиллюстрирована следующим примером. Допустим, есть зависимость

$$\lg P_Z = \lg C_0 + X_{P_Z} \lg t .$$

В этом соотношении неизвестными параметрами являются C_0 и X_{P_z}, а опытные данные – это P_{Z_i} и t_i. Поскольку эксперимент всегда связан со случайной погрешностью Δ_i, то

$$\lg P_{Z_i} - \lg C_0 - X_{P_Z} \lg t_i = \Delta_i .$$

Задача состоит в том, чтобы

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\lg P_{Z_i} - \lg C_0 - X_{P_z} \lg t_i \right)^2 = \min .$$

Для того, чтобы обеспечить минимум, необходимо частные производные по $\lg C_0$ и X_{P_Z} приравнять к нулю и из полученной системы уравнений найти неизвестные C_0 и X_{P_Z}.

Обозначим

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\lg P_{Z_i} - \lg C_0 - X_{P_z} \lg t_i \right)^2 = \sigma ,$$

тогда

$$\frac{\partial \sigma}{\partial X_{P_z}} = -2 \left[\sum_{i=1}^{n} \lg t_i \left(\lg P_{Z_i} - \lg C_0 - X_{P_z} \lg S_i \right) \right] = 0$$

или

$$\sum_{i=1}^{n} \lg t_i \lg P_{Z_i} - \lg C_0 \sum_{i=1}^{n} \lg t_i - X_{P_z} \sum_{i=1}^{n} \left(\lg t_i\right)^2 = 0 . \qquad (4)$$

Далее определяем вторую частную производную

$$\frac{\partial \sigma}{\partial \left(\lg C_0\right)} = -2\left[\sum_{i=1}^{n} \left(\lg P_{Z_i} - \lg C_0 - X_{P_z} \lg S_i\right)\right] = 0 .$$

После преобразования получим второе уравнение:

$$\sum_{i=1}^{n} \lg P_{Z_i} - n \lg C_0 - X_{P_z} \sum_{i=1}^{n} \lg S_i = 0 . \qquad (5)$$

Затем берут экспериментальные данные по каждому из n экспериментов, которые подставляют в соотношения (4) и (5) и из решения системы из двух уравнений находят неизвестные C_0 и X_{P_Z} в виде конкретных чисел.

Следовательно, соотношение

$$P_Z = C_0 t^{X_{P_Z}} ,$$

C_0 и X_{P_Z} – числа, полученные путем решения системы из уравнений (4) и (5), определяет силу P_Z, наиболее полно соответствующую данным эксперимента в соответствии с «методом наименьших квадратов».

Список литературы

1. Барац Я. И. Математические модели технологической теплофизики и физических взаимодействий / Я.И. Барац, И.А. Маслякова, Ф.Я Барац. Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2002. – 90 с.
2. Справочник металлиста. – М.: Машиностроение, 1957. Т. 1. – 604 с.
3. Теплообмен при резании и охлаждении инструментов. / А.Н. Резников. – М.: Машгиз, 1963. – 200 с.
4. Тепловые явления при обработке металлов и сплавов давлением / Н.И. Яловой, М.А. Тылкин, П.И. Полухин, Д.И Васильев – М.: Высшая школа, 1973. – 830 с.
5. Рыкалин Н.Н. Теория нагрева металла местными источниками теплоты / Н.Н. Рыкалин // Тепловые явления при обработке металлов резанием: сб. науч. тр. – М.: НТО Машпром, 1959. – С. 14-44.